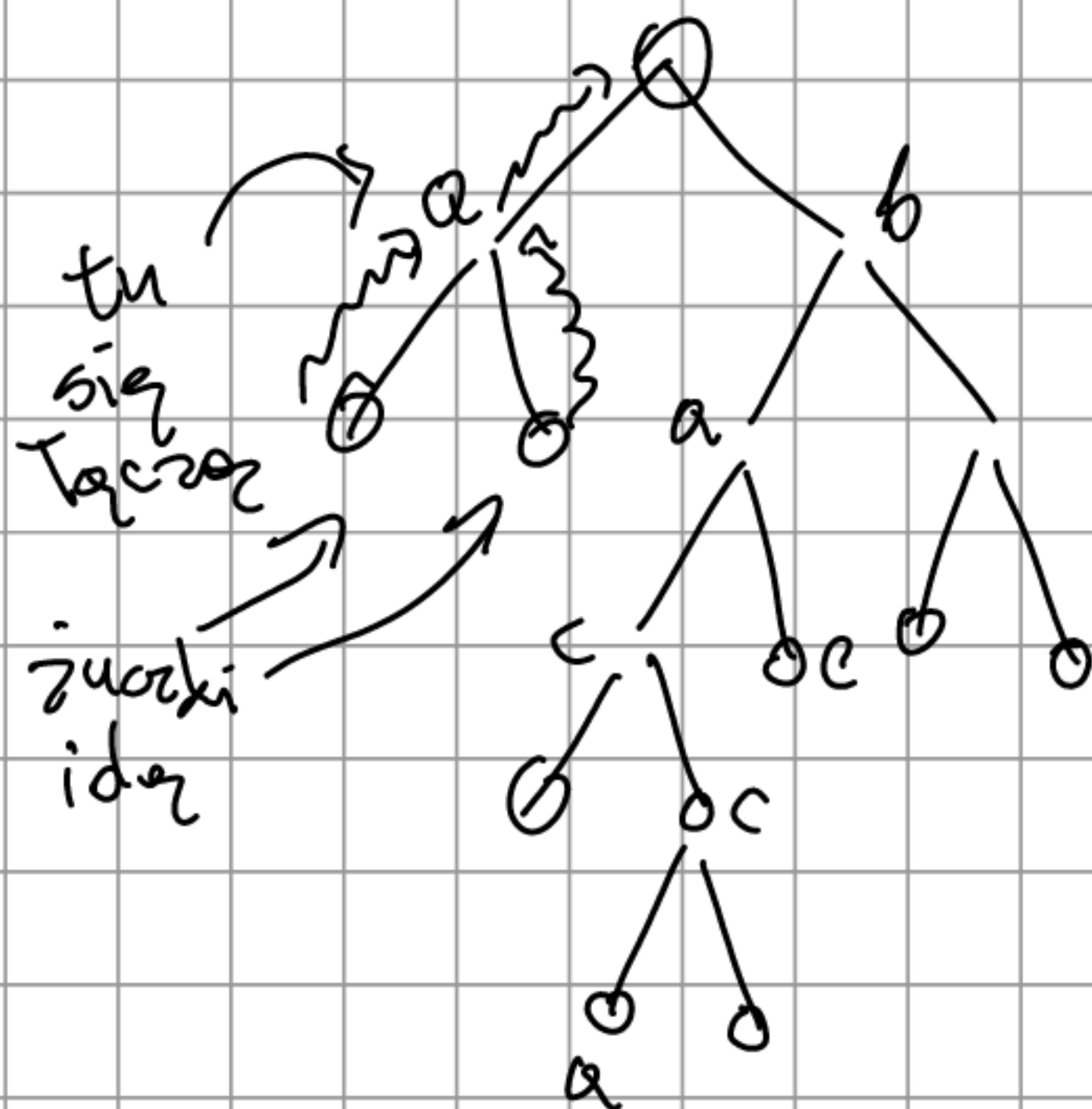


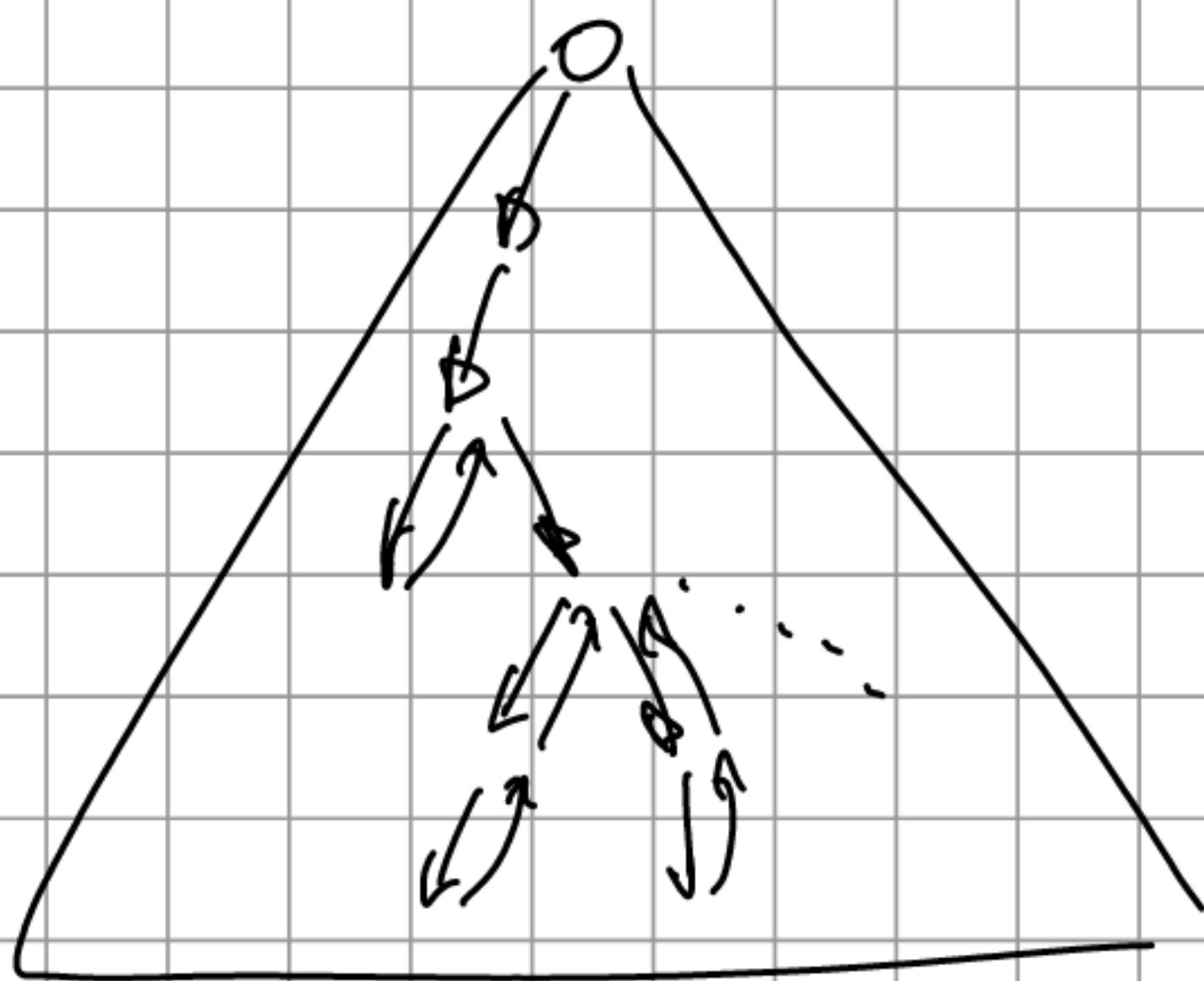
6.06.2022 Cofamy się na chwilę do I części kursu.

## REGULARNE JEZYKI DRZEW



$$\delta: Q \times Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

## TREE WALKING AUTOMATA



Pokażemy, że  
TWA są silniejsze  
niż RJD

Ale! TWA umie zwartościować formuły.

W każdym węźle wewnętrznym mamy komunikację, alternatywę lub negację, a w liściach 0 lub 1.



$\exists p \forall q \ p \leftrightarrow q$  (kwantyfikujemy po  $\{T, F\}$ )

quantified boolean formula (QBF)

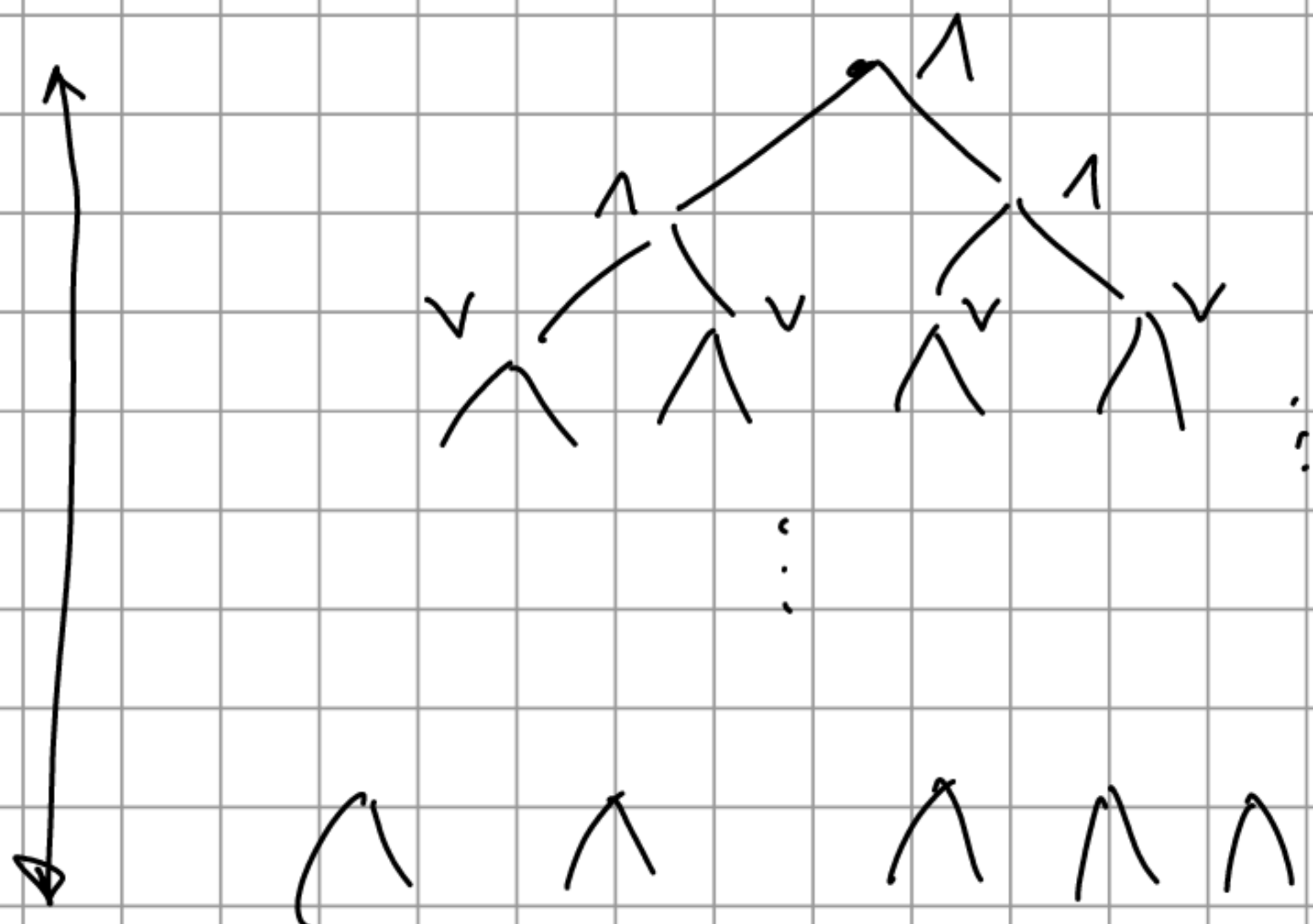
Tw.  $\exists$  QBF jest problemem PSPACE-zupełnym.

Dzd. Po pierwsze pokazujemy, że  $\exists$  QBF  $\in$  PSPACE

Rysujemy drzewo:

AAAAA

ile jest zm.



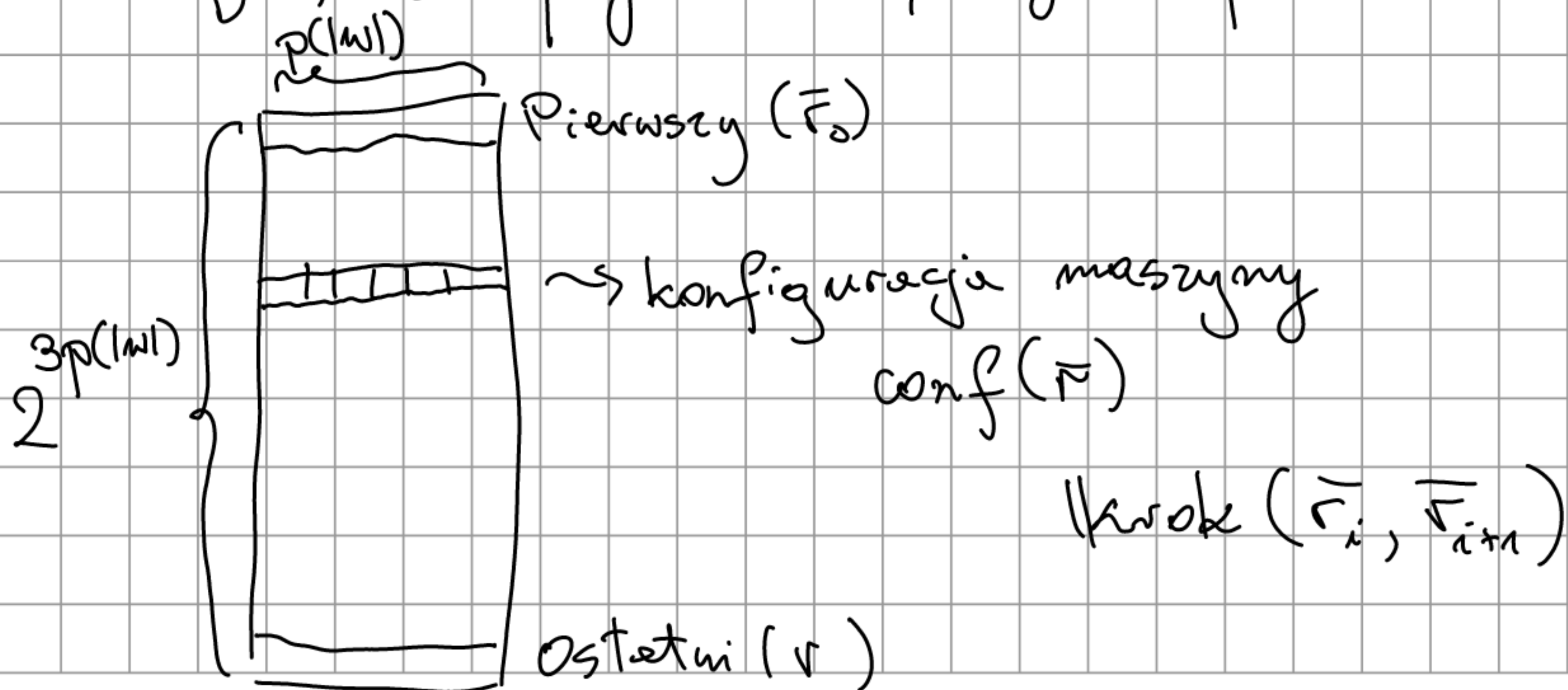
Znowu robimy zuzczka, ale teraz ma wielomianowo wiele pamizgi.

Teraz pokażemy, że dla każdego  $B \in PSPACE$   
 $B \leq_p TQBF$ .

Weźmy  $B \in PSPACE$  (czyli jest MT  $M_B$   
i wielomian t.ze  $M_B$  rozstrzyga  $B$  działając  
w przestrzeni  $p$  (wielkość wejścia).

Od teraz jesteśmy redukcją. Daję nam  
w: instancję  $B$ , mamy SZYBKO wyprodukować  
wec' formułę  $\psi_w$  w postaci QBF t.ze

$M_B(w)$  akceptuje  $\Leftrightarrow \psi_w$  jest prawdziwe



Problem: nie możemy mieć zmiennych na każdej komórce!

Najbardziej by nam pasowało napisać.

Pierwszy ( $\bar{r}_0$ )  $\wedge$

Ostatni ( $\bar{r}_{2^{3p(|M|)}}$ )  $\wedge$

Krok ( $\bar{r}_0, \bar{r}_1$ )  $\wedge$

Krok ( $\bar{r}_1, \bar{r}_2$ )  $\wedge$

$\vdots$

$\text{Conf}(\bar{t}) \wedge$

Napiszemy  $\text{Krok}_{i+1}(\bar{r}, \bar{s}) = \exists \bar{t} (\text{Krok}_i(\bar{r}, \bar{t}) \wedge \text{Krok}_i(\bar{t}, \bar{s}))$ .  $\text{Krok}_{i+1}(\bar{r}, \bar{s})$ : z  $\bar{r}$  do  $\bar{s}$  da się dojść w  $2^{i+1}$  kroków.

Ostateczna formuła:

Pierwszy( $\bar{r}$ )  $\wedge$  Ostatni( $\bar{s}$ )  $\wedge$   $\text{Krok}_{3p(|M|)}(\bar{r}, \bar{s})$

Ale nadal coś jest nie tak z Krok: jest za duża. Naprawa:

$$\text{Krok}_{in}(\bar{F}, \bar{S}) = \exists \bar{t} \forall \bar{x}, \bar{y} \left[ (\bar{x} = \bar{F} \wedge \bar{y} = \bar{t}) \vee (\bar{x} = \bar{t} \vee \bar{y} = \bar{S}) \right]$$

$$\rightarrow \text{Krok}_i(\bar{x}, \bar{y})$$



# GRA W GEOGRAFIE

Instancją jest graf skierowany  $(V, E, v_0)$ , gdzie  $v_0$  jest wierzchołkiem początkowym.

Dwóch graczy: Stas i Nel. Maja pieczętkę, która stoi w  $v_0$ . Następnie Stas bierze pieczętkę i przesuną po jakiejś krawędzi do jeszcze nieodwiedzanego wierzchołka, potem Nel.

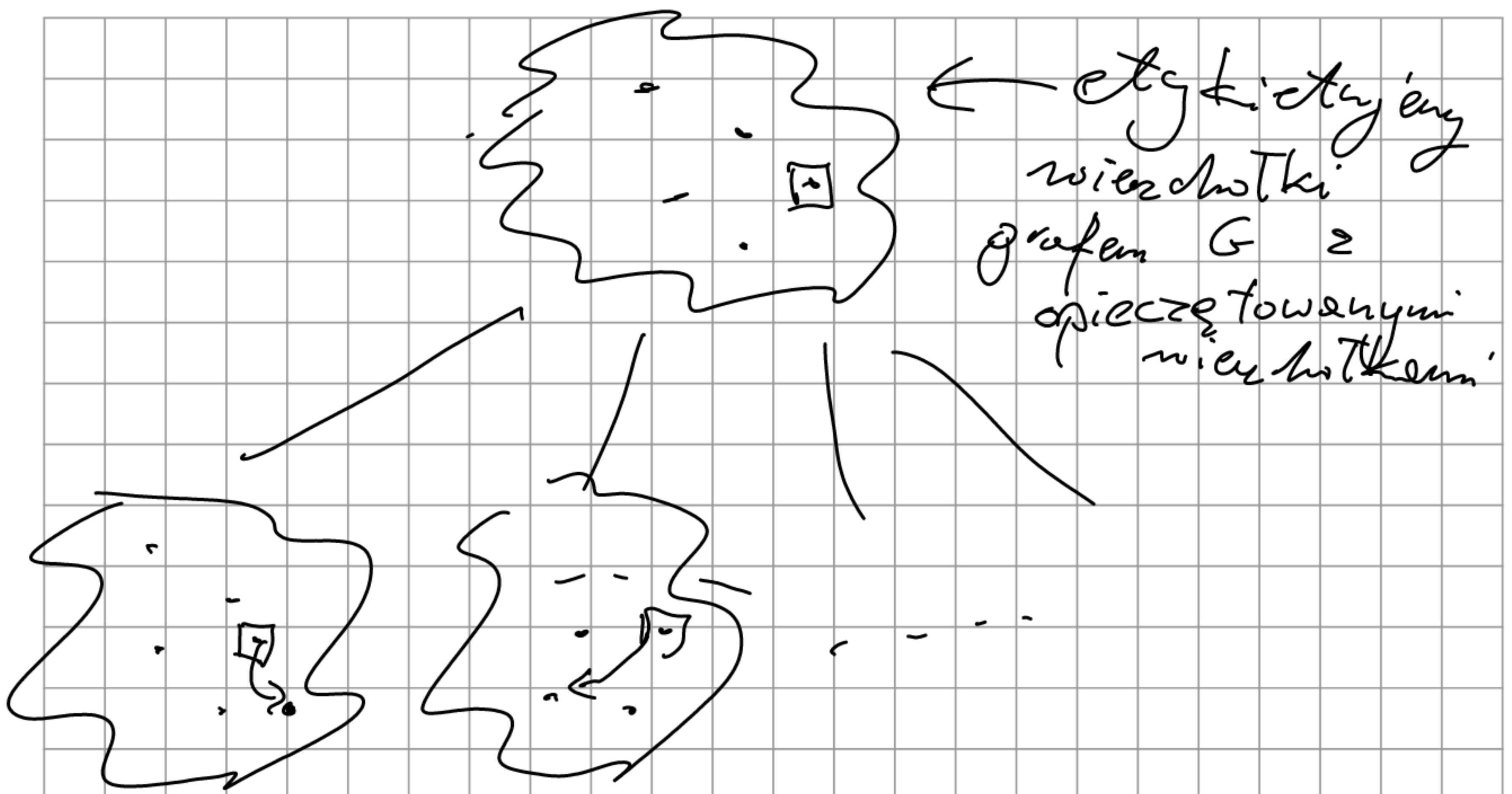
Przegrywa ten, kto nie może zrobić ruchu.

Pytanie czy Stas ma strategię wygrywającą.

Tw.  $\forall QBF \leq_p$  Gra w geografii

D-d. Na początku pokazujemy, że ta gra jest w ogóle w PSPACE





Rezultat to samo co w TWA.

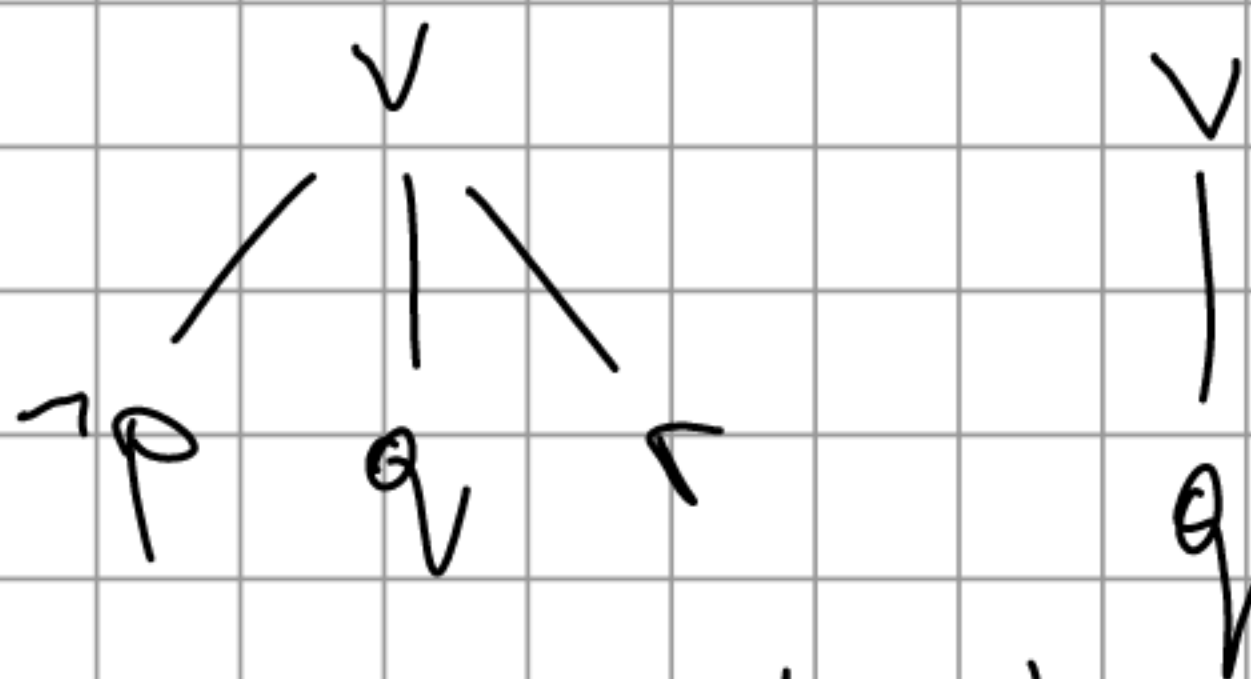
Teraz daję nam formułę  $\varphi$  w postaci QBF.

BSO  $\varphi$  ma prefiks kwantyfikatorsowy

$$\exists p_1 \forall q_1 \exists p_2 \forall q_2 \dots \exists p_k \forall q_k$$

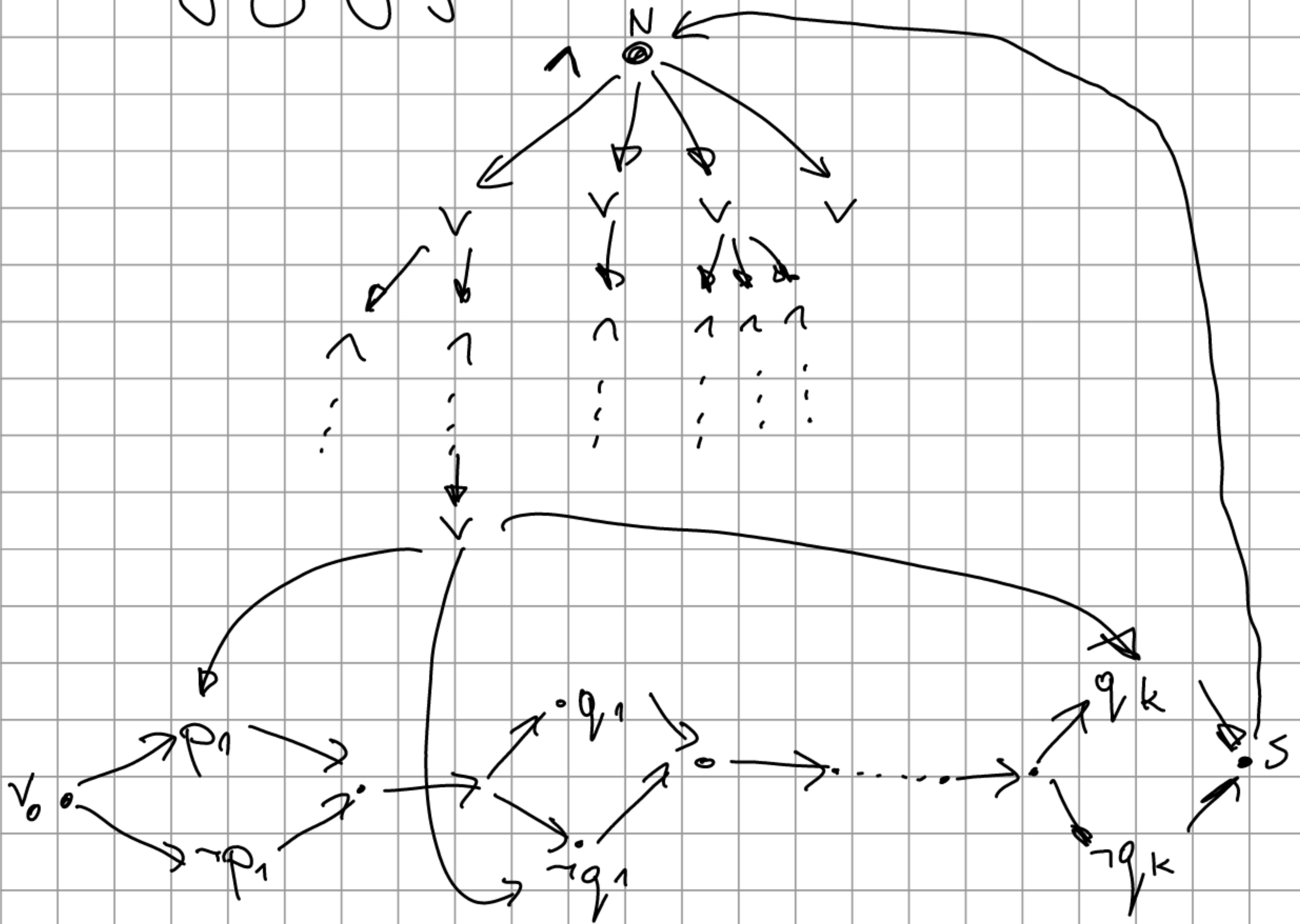
negacja jest tylko w liściach.

Każdy literał ma bezpośrednio nad sobą alternatywę,



$\alpha$  w korzeniu jest komunikacja

Budujemy graf:



Nieostemplowane literały to te wybrane.

Nela chce pokazać, że formuła nie jest prawdziwa.