28.08.2022

PROBLEM DECYZYJNY

- Σ – skończony alfabet
- Σ^* – zbiór skończonych słów nad alfabetem Σ
- $\Sigma^* \supseteq L$ – język / problem

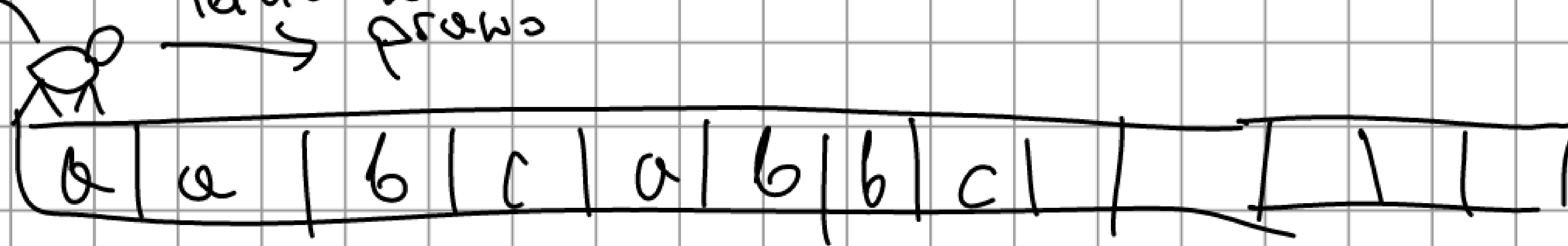
- pytamy o "zasoby obliczeniowe" potrzebne do rozstrzygania tych problemów.

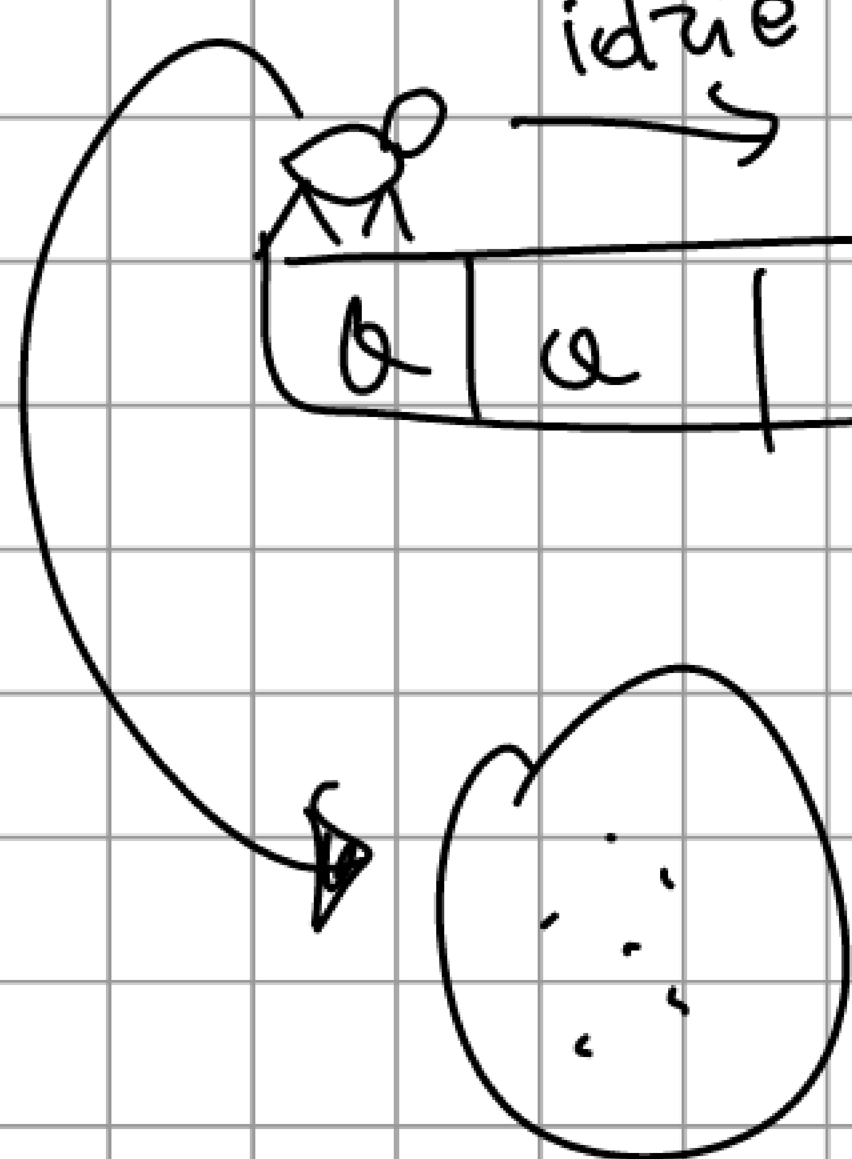
- klasyfikujemy problemy ze względu na te zasoby

Bla bla...

CZĘŚĆ I

Automaty skończone





skończony zbiór stanów Q, Funkcja przejścia $\delta : Q \times \Sigma \to Q$

- Stan początkowy $q_0 \in Q$
- zbiór stanów akceptujących $F \subseteq Q$

Ćw. Skonstruuj δ, Q dla $\Sigma = \{0,1\}$,

$L = \{ w \in \{0,1\}^* : |w|_1 \text{ jest parzysta} \}$

Ale dla $L = \{ w \in \{0,1\}^* : |w|_1 = |w|_0 \}$

się nie da!

D-d. (A.a.) Niech Zenon będzie żuczkiem rozstrzygającym L. Zał. że $|Q| = k$.

$$w_0 = \varepsilon \rightsquigarrow s_0 \in Q$$

$$w_1 = 0 \rightsquigarrow s_1 \in Q$$

$$\vdots$$

$$w_i = 0^i \rightsquigarrow s_i \in Q$$

$$\vdots$$

$$w_k = 0^k \rightsquigarrow s_k \in Q$$

Jest i, j t. że

$$s_i = s_j$$

Spójrzmy na

$$a = w_i 1^i \rightsquigarrow s \in F$$

$$b = w_j 1^i \rightsquigarrow s \notin F \quad \lightning$$

Deterministyczny automat skończony (DFA) to krotka $\langle \Sigma, Q, q_0, \delta, F \rangle$.

Mamy $\delta : Q \times \Sigma \to Q$, definiujemy $\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \to Q$:

$$\begin{cases} \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q \\ \hat{\delta}(q, wa) = \delta(\hat{\delta}(q, w), a) \end{cases}$$

LUB

równoważne ćw.

$$\hat{\delta}(q, aw) = \hat{\delta}(\delta(q, a), w)$$

Dla DFA $A = \langle \Sigma, Q, q_0, \delta, F \rangle$ przez L_A oznaczamy $\{ w \in \Sigma^* : \hat{\delta}(q_0, w) \in F \}$.

<u>Def.</u> $L \subseteq \Sigma^*$ nazywamy regularnym gdy istnieje DFA A t. że $L = L_A$.

<u>Lemat</u> (o pompowaniu dla języków regularnych)

Dla każdego j. reg. L istnieje $n \in \mathbb{N}$ t. że dla każdego $w \in L$ t. że $|w| \geq n$ istnieją słowa x, y, z t. że $xyz = w$

oraz $y \neq \varepsilon$, $|xy| \le n$ takie że dla
każdego $k \in \mathbb{N}$ $xy^kz \in L$.

<u>Przykład</u> Weźmy $L = \{ w \in \{0,1\}^* : |w|_0 = |w|_1 \}$.
Zał. że L regularny. Weźmy n jak z
lematu. Niech $w = 0^n 1^n \in L$. Weźmy x, y, z
jak w lemacie. Ale $|xy| \le n$.
więc $|y|_1 = 0$. Dla $k = 0$: $xz \in L$
(nie ma "1" w y) ale $|xz|_0 < |xz|_1$ ↯

<u>Dowód lematu</u>

Weźmy $L = L_A$ regularny $(A = \langle \Sigma, Q, q_0, \delta, F \rangle)$.
Niech $n = |Q| + 1$. Weźmy $w \in L$ t.że $|w| \geq n$.
Niech $w = a_1 a_2 \dots a_l$, niech $s_i = \hat{\delta}(q_0, a_1 \dots a_i)$.
Wtedy $s_i = s_j$ dla pewnych $i < j \le n$.
Niech $x = a_1 \dots a_i$, $y = a_{i+1} \dots a_j$,
$z = a_{j+1} \dots a_l$. Wtedy dla $k \in \mathbb{N}$ ...