zad. 9.

$$x'(t) = \sqrt[3]{\frac{x^2(t)+1}{t^4+1}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{t^4+1}} = \frac{x'(t)}{\sqrt[3]{x^2(t)+1}} \quad \Big/ \int_0^t$$

$x(t) \to c$

$$(*) \int_0^t \frac{1}{\sqrt[3]{u^4+1}}\,du = \int_0^t \frac{x'(u)}{\sqrt[3]{x^2(u)+1}}\,du = \left| \begin{matrix} v = x(u) \\ dv = x'(u)\,du \end{matrix} \right| = \int_{x(0)}^{x(t)} \frac{1}{\sqrt[3]{v^2+1}}\,dv$$

Ponadto $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{u^4+1}}\,du$ – zbieżna, a $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{v^2+1}}\,dv$ – rozbieżna, bo:

- $\dfrac{\frac{1}{\sqrt[3]{u^4+1}}}{\frac{1}{\sqrt[3]{u^4}}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{1+\frac{1}{u^4}}} \to 1 > 0$ i $\int_0^{\infty} \frac{1}{x^{4/3}}\,dx$ – zbieżna

  ⌈F-cje podcałkowe są nieujemne na $(0,\infty)$.⌋

- $\dfrac{\frac{1}{\sqrt[3]{v^2+1}}}{\frac{1}{\sqrt[3]{v^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{1+\frac{1}{v^2}}} \to 1 > 0$ i $\int_0^{\infty} \frac{1}{x^{2/3}}\,dx$ – rozbieżna.

Zatem przechodząc z t do nieskończoności w $(*)$, po lewej stronie otrzymujemy skończoną wartość, więc musi zachodzić $x(t) \xrightarrow{t\to\infty} a \in \mathbb{R}$, bo $\frac{1}{\sqrt[3]{v^2+1}} > 0$

Zatem krzywa całkowa ma asymptotę poziomą prawostronną.

Analogicznie (biorąc $\int_{-\infty}^{0}$) otrzymujemy asymptotę lewostronną.