Zad. 3

$$x' = 2x + y + xy$$
$$y' = x + y + x^2 y$$

Możemy zlinearyzować, bo $\frac{xy}{\left\|\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right\|} \xrightarrow{\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\to 0} 0$

$\frac{x^2 y}{\left\|\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right\|} \xrightarrow{\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\to 0} 0$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda)(1-\lambda) - 1 = \lambda^2 - 3\lambda + 1$$

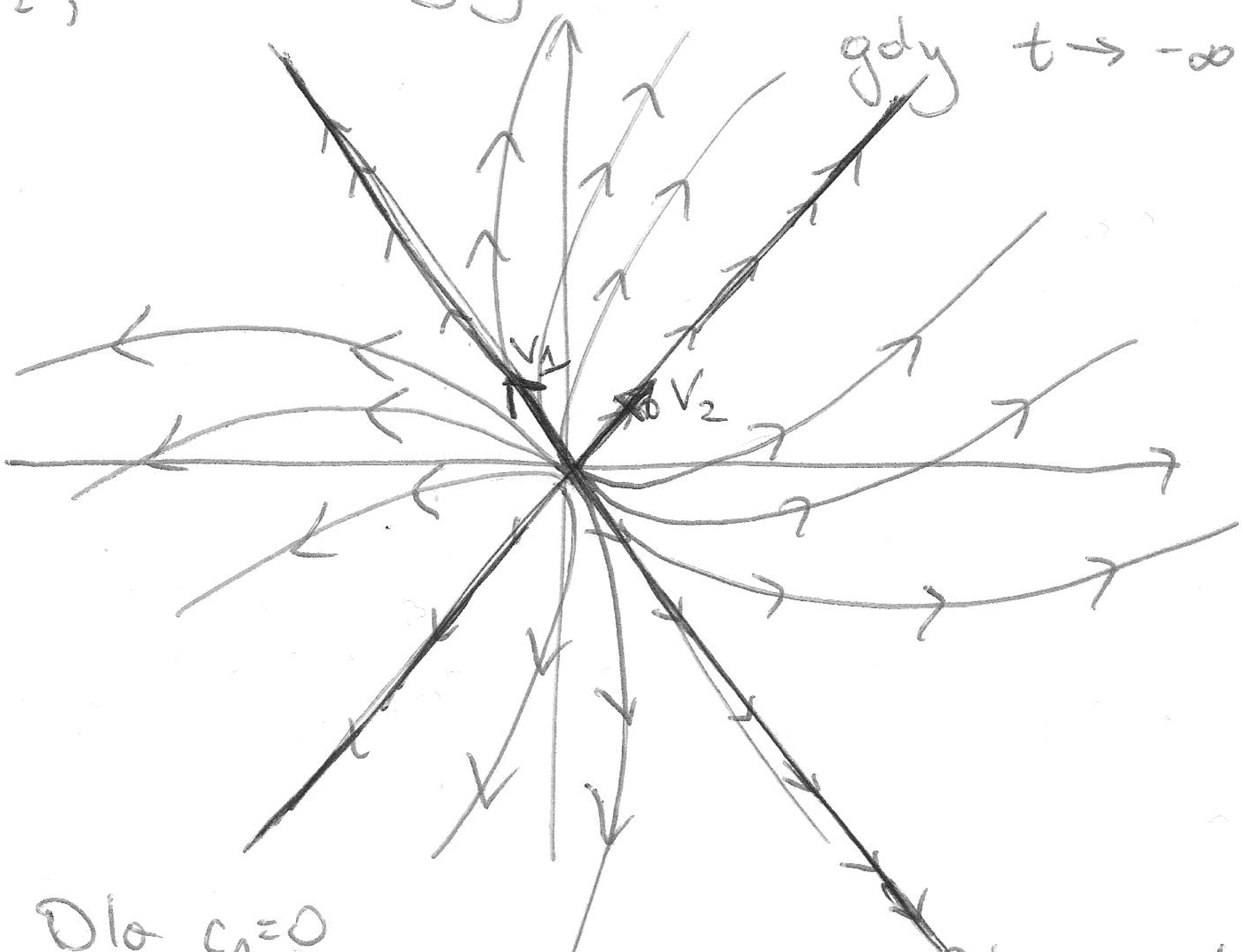
$$\lambda_1 = \frac{-\sqrt{5}+3}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{\sqrt{5}+3}{2}$$

Zatem równanie niestabilne, bo $\lambda_2 > 0$.

Wektory własne to $v_1 = \begin{bmatrix} \frac{-\sqrt{5}+1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{5}+1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$

rozwiązania $x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} v_1 + c_2 e^{\lambda_2 t} v_2$ (Wolfram)

$0 < \lambda_1 < \lambda_2$, ~~blisko 0~~ gdy $t \to \infty$ to wektor v_2 dominuje gdy $t \to -\infty$ to v_1 dominuje, stąd blisko 0 wektory są „prawie styczne" do ~~pro~~ wektora v_1, gdy $t \to \infty$ są „prawie styczne" do v_2.



Dla $c_1 = 0$, $c_2 = \pm 1$

Dla $c_1 = \pm 1$, $c_2 = 0$