Zad. 3 $\quad k>0, \quad y'' + k^2 y = 1 \quad (*)$

Wielomian $\quad r^2 + k^2 = 0$

$\Delta = -4k^2$

To ma pierwiastki zespolone

$$r_0 = \frac{i2k}{2} = ik, \quad r_1 = -ik$$

Zatem rozw. rzeczywiste jednorodnego równania $y'' + k^2 y = 0$ to $y_1 = \cos(kt)$

$y_2 = \sin(kt)$

Ponadto $\varphi(t) = \frac{1}{k^2}$ jest oczywistym rozw. równania $(*)$. Zatem wszystkie rozw. są postaci

$$y(t) = c_1 \cos(kt) + c_2 \sin(kt) + \frac{1}{k^2}$$

Teraz $\begin{matrix} y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \end{matrix} \Rightarrow$ $c_1 + \frac{1}{k^2} = 0 \rightarrow c_1 = -\frac{1}{k^2}$

$c_1 \cos k + c_2 \sin k + \frac{1}{k^2} = 0$

$\frac{1}{k^2}(\cos k + 1) = -c_2 \sin k$

$\Downarrow$

$$C_2 = -\frac{\cos k + 1}{\sin k \cdot k^2}$$

od razu dostajemy, że k nie może dzielić π,

czyli nie ma rozw. np. dla $k = \pi$.