Zad. 2

$$\frac{dy}{dt} = y^2 - 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y - \text{ ciągłe na } \mathbb{R}^2$$

f — też ciągłe na $\mathbb{R}^2$

$$R = \{(t,y) : 0 \leq t \leq t_0 + a, \ |y - y_0| < b\}$$

dla $a = 1$ $b = 1$

Wtedy $\max_{(t,y)\in R} |f(t,y)| = \max y^2 - 1 \leq$

$$\leq (b+1)^2 - 1 =$$

$$= b^2 + 2b$$

$$\alpha = \min\left(\frac{b}{M}, a\right) = \min\left(\frac{1}{b+2}, a\right) = \frac{1}{3}$$

Czyli istn. jedno rozw. na $[0, \frac{1}{3}]$.

Teraz dla ~~$\alpha =$~~ $t_0 = \frac{1}{3}$ powtarzamy rozumowanie z tymi samymi stałymi. α jest wtedy zawsze równa $\frac{1}{3}$, więc dostaniemy rozw. na $t \in \bigcup_{k=0}^{\infty} \left[\frac{k}{3}, \frac{k+1}{3}\right] = [0, \infty)$.

Dla $y_0 = 2$ wszystko idzie tak samo, tylko wtedy ~~ta~~ α będzie trochę mniejsze.