Zad. 4

1° Zał. że $x_1, x_2, \ldots, x_5 > 0$.

Wtedy wybranie tych liczb sprowadza się do podziału 25 gwiazdek za pomocą 4 poprzeczek:

☆ | ☆ ☆ ☆ ☆ | ☆ ☆ ☆ ☆ | ☆ | ☆ ☆

Spośród 24 przestrzeni między gwiazdkami wybieramy 4 przerwy. To daje $\binom{24}{4}$ możliwości.

Przyjmując $x_1, \ldots, x_5 \geq 0$ odpowiedź to $\binom{29}{4} = \binom{29}{4}$.

Możemy o tym myśleć tak, że mamy teraz 29 miejsc, w które w dowolny sposób chcemy powkładać najpierw poprzeczki, a potem gwiazdki.

2° Założmy, że $1 \leq x_1 \leq \ldots \leq x_k$.

Niech $p(n,k)$ oznacza liczbę podziałów n na k liczb. Wtedy:

$$p(n,k) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } n=k=0 \\ 0 & \text{gdy } k>n \text{ lub } k \leq 0 \\ p(n-1,k-1) + p(n-k,k) & \neg \end{cases}$$

Gdy $x_1 = 1$ to chcemy podzielić $n-1$ na $k-1$ części

Gdy $x_1 > 1$, to od x_i możemy odjąć 1 i szukać podziałów $n-k$ na k części.

Dla $n=25$ oraz $k=5$ mamy

$$p(25,5) = 192.$$

Gdy założ., że $0 \leq x_1 \leq \ldots \leq x_k$, to

$$p(n,k) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } n=0, k \geq 0 \\ 0 & \text{gdy } n>0, k \leq 0 \\ p(n,k-1) + p(n-k,k) & \neg \end{cases}$$

Wtedy $p(25,5) = 377$.